

DEVOIR DEPARTEMENTAL DE MATHÉMATIQUES N°2

EXERCICE N°1

(10 points)

Le tableau ci-dessous donne les résultats d'une enquête portant sur la consommation moyenne bimestrielle en eau (en m³) de 6 familles notée Y , en fonction de la taille X des familles (nombre de personnes constituant une famille).

X_i	2	3	5	6	8
Y_i	11,5	19,5	30	39	44

1. Représenter le nuage de points de la série (X, Y) dans un repère orthogonal $(O; \vec{i}, \vec{j})$. (1pt)
2. Calculer les moyennes $\bar{X}$ et $\bar{Y}$, puis placer le point moyen G du nuage de points. (1,5pt)
3. Calculer $Cov(X, Y)$, $Var(X)$ et $Var(Y)$. (3pt)
4. Calculer le coefficient de corrélation de linéaire r . Puis interpréter le résultat. (1,5pt)
5. Déterminer une équation de la droite (D) de régression de Y en X . (1pt)
6. Représenter (D) dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$. (1pt)
7. Estimer la consommation moyenne bimestrielle en eau d'une famille de 15 membres. (1pt)

Pour le reste du sujet l'élève choisit un seul exercice entre l'exercice 2 et l'exercice 3.

EXERCICE N°2

(10 points)

Soit la fonction f définie par : $f(x) = \frac{x^2}{x^2+2x-3}$. (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1. Montrer que le domaine de définition de f , $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-3; 1\}$. (1,5pt)
2. Déterminer les limites de f aux bornes de D_f . (3pt)
3. Préciser les asymptotes à la courbe (C_f) de f . (1pt)
4. Montrer que la fonction dérivée f' de f est définie par : $f'(x) = \frac{2x^2-6x}{(x^2+2x-3)^2}$. (1,5pt)
5. Déterminer le signe de $f'(x)$ sur D_f puis dresser le tableau de variation de f . (1pt)
6. Calculer $f(0)$ puis interpréter le résultat. (1pt)
7. Tracer les asymptotes et la courbe (C_f) de f dans le repère. (1pt)

EXERCICE N°3

(10 points)

1. Soit $K(x) = x^2 + 3x - 4$
 - a. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $K(x) = 0$. (1pt)
 - b. En déduire une factorisation de $K(x)$. (1pt)

2. Soit $P(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$
 - a. Montrer que 1 est une racine de P . (1pt)
 - b. Factoriser complètement $P(x)$. (1pt)
 - c. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :
 $P(x) = 0$ (0,5pt)
 $P(4x - 1) = 0$ (0,5pt)
 $P(x) = -6$ (0,5pt)
 $P(x) = (x - 1)$ (0,5pt)

3. On pose $F(x) = \frac{(x-1)(x-2)(x-3)}{K(x)}$.
 - a. Déterminer l'ensemble de définition de F , D_F . (1pt)
 - b. Simplifier F sur D_F . (1pt)
 - c. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $F(x) = 0$ et l'inéquation $F(x) \leq 0$. (1pt + 1pt)

Bonne Chance !